

Контрольная работа

Методические рекомендации к решению задачи №1.

Решение задач этой группы требует знания учебного материала темы 1.2, отчетливого представления о системе сходящихся сил, силовом многоугольнике, о геометрическом условии равновесия системы. Содержание задач приведены в условии, а данные к ним в таблице №1. Для пояснения методики решения задач рассмотрим типовой пример №1.

Пример №1

Задана плоская сходящаяся система сил (F_1, F_2, F_3, F_4). Постройте силовой многоугольник.

Чтобы найти равнодействующую в том случае, когда на тело действует большое число сходящихся сил, можно воспользоваться правилом силового треугольника последовательного для сложения сначала двух, затем трех и т.д. сил. Промежуточные результаты не показывать и получим силовой многоугольник, в котором вектор, последнего перенесенного вектора будет изображать искомую равнодействующую всей системы:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \sum \vec{F}_R$$

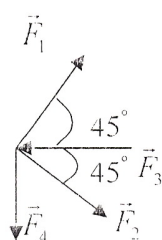
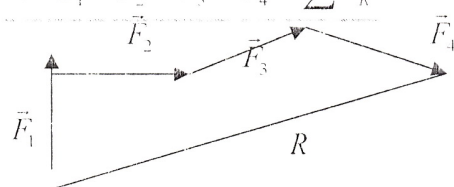


Рис. 1

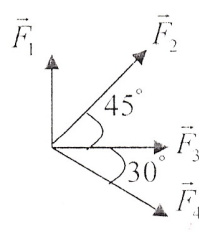


Рис. 2

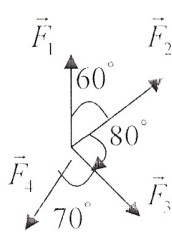


Рис. 3

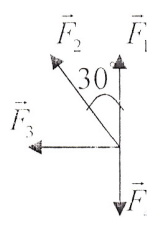


Рис. 4

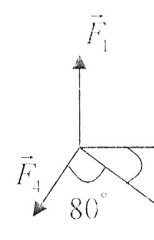


Рис. 5

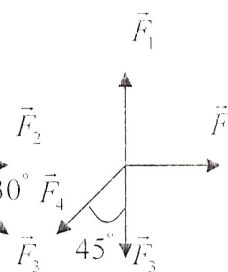


Рис. 6

Таблица №1

№ Варианта	Рисунок	F_1 Н	F_2 Н	F_3 Н	F_4 Н
1	1	5	4	2	6
2	1	2	7	4	3
3	1	3	7	6	5
4	1	2	5	3	4
5	1	4	3	2	5
6	2	4	5	2	3
7	2	3	4	5	2
8	2	2	3	4	2
9	2	1	6	4	3

10	2	6	3	5	2
11	3	3	2	4	3
12	3	2	4	3	1
13	3	6	5	3	2
14	3	5	4	2	3
15	3	4	2	4	2
16	4	6	3	5	4
17	4	3	2	4	3
18	4	2	4	2	3
19	4	3	5	4	2
20	4	4	3	6	2
21	5	2	4	5	3
22	5	2	4	2	3
23	5	6	3	1	5
24	5	5	6	3	2
25	5	4	2	3	4
26	6	3	4	4	2
27	6	2	3	5	2
28	6	3	5	3	3
29	6	6	3	4	2
30	6	2	4	3	1

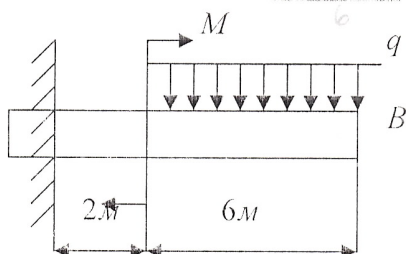
Примечание. Единичный отрезок равен 1 Н.

Методические рекомендации для решения задачи №2

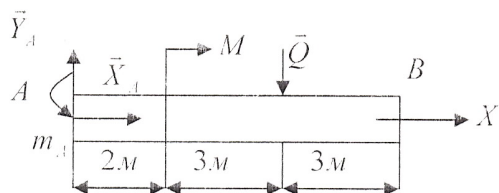
Для решения этих задач необходимо знать учебный материал тем 1.3 и 1.4. Разбиться в понятиях пары сил, момента пары сил, момента силы относительно точки. Уметь составлять и решать уравнения равновесия плоской произвольной системы сил. Данные для задач приведены в таблице №2. Порядок решения задач приведен в примере №2.

Пример №2.

Брус АВ жестко закреплен в стене. Определить реакции стены, если на брус действуют равномерно распределенная нагрузка интенсивностью $q = 2 \text{ кН/м}$ и пара сил с момента $M = 3 \text{ кН} \cdot \text{м}$.



1. Рассмотрим равновесие бруса. На него действуют нагрузки и реакция системы.



2. Заменяем распределенную нагрузку её равнодействующей силой $Q = q \cdot 6 = 2 \cdot 6 = 12 \text{ kH}$ Получим расчетную схему.

3. Выбрав оси координат x и y , составим уравнения равновесия системы сил, приложенной к брусу.

$$\sum F_{RX} = 0, X_A = 0$$

$$\sum F_{RY} = 0, Y_A - Q = 0$$

$$\sum M_A(\vec{F}_R) = 0, m_A - Q \cdot 5 - M = 0$$

$$Y_A = Q = 12 \text{ kH}$$

$$m_A = Q \cdot 5 + M = 12 \cdot 5 + 3 = 60 + 3 = 63 \text{ kH} \cdot \text{m}$$

4. Для проверки правильности решения задачи составляем уравнение равновесия $\sum M_B(\vec{F}_R) = 0$:

$$m_A - Y_A \cdot 8 - M + Q \cdot 3 = 63 - 12 \cdot 8 - 3 + 12 \cdot 3 = 63 - 96 - 3 + 36 = 0$$

Задача №2

Брус АВ жестко закреплен в стене. Определить реакции стены.

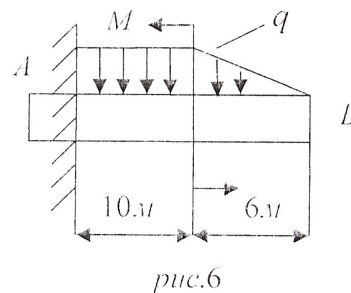
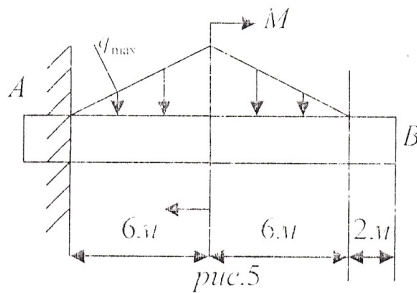
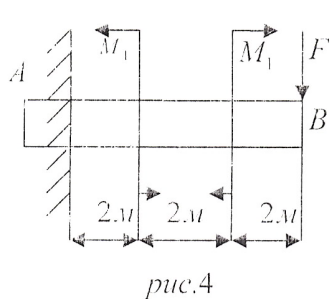
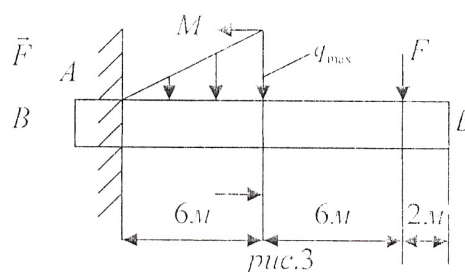
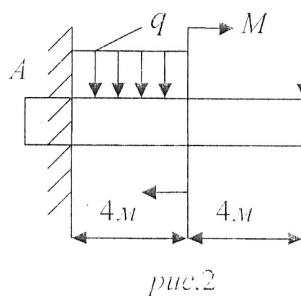
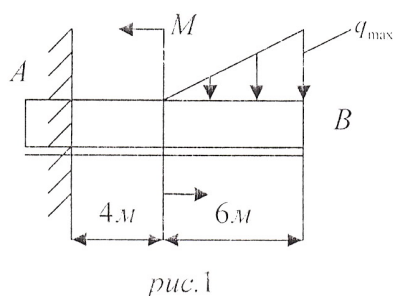


Таблица №2

Вариант	рисунок	$q_{\max} \text{ kH/m}$	$q \text{ kH/m}$	$M \text{ kH} \cdot \text{m}$	$M_1 \text{ kH} \cdot \text{m}$	$F \text{ kH}$
1	1	4		3		
2	1	3		4		
3	1	5		2		
4	1	3		5		

5	1	2		6		
6	2		2	6		5
7	2		3	3		2
8	2		3	4		3
9	2		2	5		4
10	2		1	4		2
11	3	2		7		5
12	3	4		3		4
13	3	3		6		6
14	3	6		5		5
15	3	4		7		4
16	4			5	4	10
17	4			3	2	8
18	4			6	4	6
19	4			3	2	4
20	4			5	4	6
21	5		3	10		
22	5		5	8		
23	5		6	5		
24	5		4	6		
25	5		5	12		
26	6			8		
27	6	2		6		
28	6	3		3		
29	6	6		4		
30	6	4		5		

Методические рекомендации к решению задачи №3.

Чтобы решить эти задачи необходимо знать материал темы 2.2, уметь определять силовые факторы при растяжении и сжатии, строить эпюры продольных сил и нормальных напряжений методом сечения, определять напряжение по закону Гука при растяжении и сжатии. Условия и данные задач представлены в таблице №3, а алгоритм решения задач представлен в примере №3.

Пример №3

Для прямого бруса, находящегося под действием сил F_1 , F_2 , F_3 , построить эпюры продольных сил N и нормальных напряжений σ . $F_1 = 40 \text{ кН}$, $F_2 = 50 \text{ кН}$, $F_3 = 80 \text{ кН}$, $A = 100 \text{ мм}^2$. Собственный вес бруса не учитывать.

Решение.

1. Разбиваем брус на участки. Границами участка будут сечения, в которых приложены силы и изменяется площадь.

2. Участок I-I $\sum Z = F_1 - N_1 = 0 \quad F_1 = N_1 = 40kH$

3. Участок II-II $\sum Z = F_1 + F_2 - N_2 = 0 \quad N_2 = F_1 + F_2 = 40 + 50 = 90kH$

4. В сечении III-III значение продольной силы не изменяется, т.е.
 $N_3 = N_2 = 90kH$

5. В сечении IV-IV
 $\sum Z = F_1 + F_2 - F_3 - N_4 = 0$

$$N_4 = F_1 + F_2 - F_3 = 90 - 80 = 10kH$$

6. Строим эпюру продольных сил.

7. Определяем величины нормальных напряжений на различных участках.

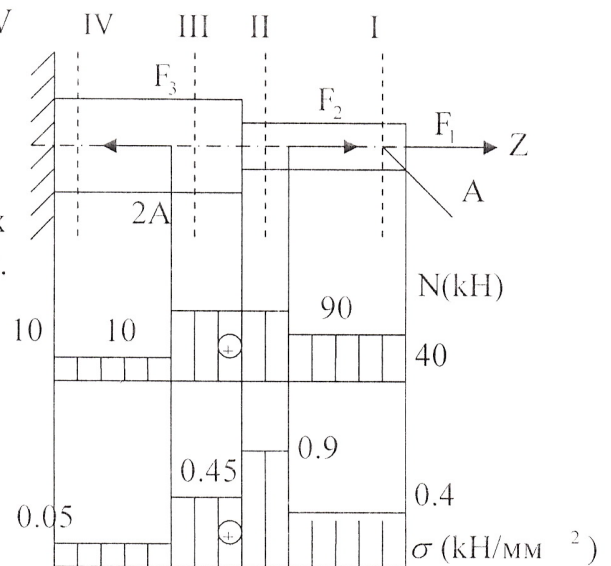
$$\sigma = \frac{N}{A}$$

$$\text{I: } \sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{40}{100} = 0,4kH / мм^2$$

$$\text{II: } \sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{90}{100} = 0,9kH / мм^2$$

$$\text{III: } \sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{90}{200} = 0,45kH / мм^2$$

$$\text{IV: } \sigma_4 = \frac{N_4}{A_4} = \frac{10}{200} = 0,05kH / мм^2$$



8. Строим эпюру нормальных напряжений.

Задача №3

Построить эпюру N и σ для прямого бруса.

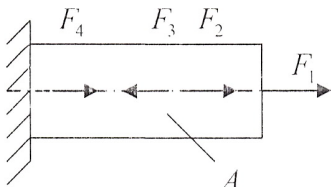


Рис.1

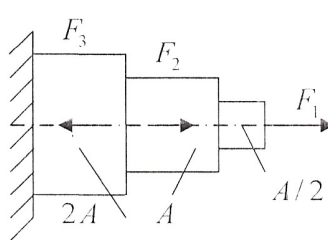


Рис.2

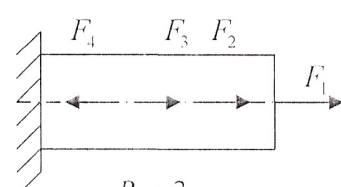


Рис.3

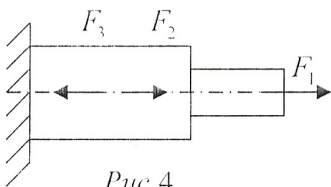


Рис.4

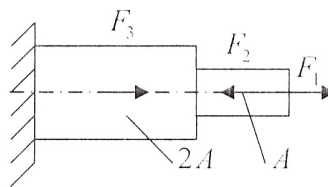


Рис.5

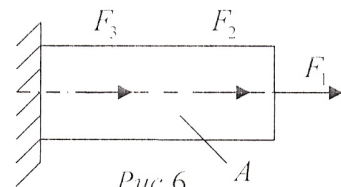


Рис.6

Таблица №3

№ варианта	Рисунок	F_1, kH	F_2, kH	F_3, kH	F_4, kH	$A, мм^2$
1	1	20	10	15	25	100
2	1	10	25	15	30	

3	1	25	10	30	15	
4	1	15	20	10	25	
5	1	10	25	30	15	
6	2	15	25	10		
7	2	20	10	15		
8	2	35	25	10		
9	2	25	20	15		
10	2	8	20	1		
11	3	30	25	20	15	
12	3	20	30	25	10	
13	3	25	15	20	30	
14	3	15	10	25	20	
15	3	12	15	20	25	
16	4	10	25	15		
17	4	20	15	10		
18	4	15	20	10		
19	4	10	25	20		
20	4	25	30	15		
21	5	30	20	10		
22	5	20	15	20		
23	5	35	10	25		
24	5	25	15	20		
25	5	10	25	15		
26	6	15	20	25		
27	6	10	15	20		
28	6	25	20	15		
29	6	35	20	25		
30	6	20	15	10		

Методические рекомендации к решению задачи №4.

Чтобы решить данный тип задач необходимо разобраться в содержании темы 2.5. и знать силовые факторы в поперечном сечении бруса, понятие чистого изгиба, уметь вычислять нормальные напряжения в произвольной точке поперечного сечения балки и строить эпюры нормальных напряжений в этом сечении. Отчетливо представлять себе как с помощью формулы Журавского определять касательные напряжения, а так же производить расчет балок на прочность и жесткость при изгибе.

Данные для задачи представлены в таблице №4, а алгоритм решения такого типа задач представлен в примере №4.

Пример №4

Подобрать сечение консоли, на которую действует равномерно распределенная нагрузка $q = 12 \text{ кН/м}$. Консоль образована двумя швеллерами из стали С-245, вылет консоли $l = 1.5 \text{ м}$.

Решение

1. Задача относится к типу 3: требуется подобрать сечение исходя из условия.

$$W_x^{троб} \geq \frac{M_{\max}}{R_{yk}}, \quad \text{где}$$

максимальный изгибающий момент. Этот момент возникает в заделке и равен

$$M_{\max} = \frac{q \cdot l^2}{2} = \frac{12 \cdot 1.5^2}{2} = 13.5 \text{ кН} \cdot \text{м} = 1350 \text{ кН} \cdot \text{см}$$

2. Сопротивление стали С-245 изгибу $R_{yk} = 240 \text{ мПа} = 24 \text{ кН} / \text{см}^2$ (см. таб. 1 приложения). Отсюда требуемый момент $W_x^{троб} = 1350 / 24 = 56.2 \text{ см}^3$
3. Это требуемый момент сопротивления двух швеллеров. Для одного швеллера он будет в 2 раза меньше, т.е. 28.1 см^3
4. По табл. 2 приложения находим швеллер, момент сопротивления которого ближайший больший требуемого момента 28.1 см^3 . Таковым является швеллер №10 $W_x = 34.8 \cdot 2 = 69.6 \text{ см}^3$ $W_x = 69.6 \text{ см}^3 > W_x^{троб} = 56.2 \text{ см}^3$

Задача №4

Подберите консоли на свободный конец которой действует сила F. Консоль представляет собой двутавровую балку из стали, вылет консоли l.

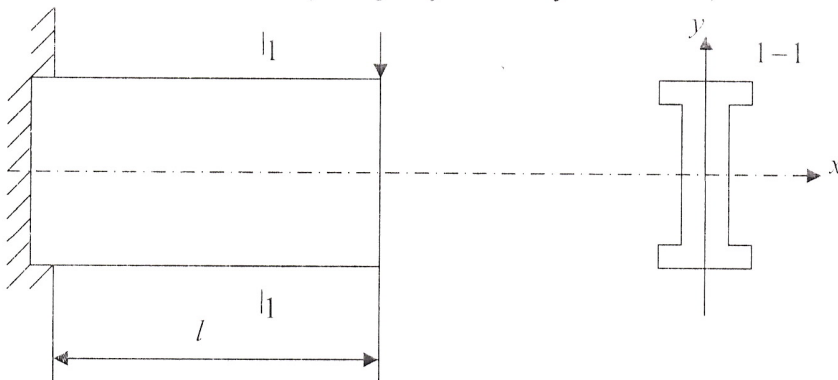


Таблица №4

№ варианта	F, кН	l, м	Сталь
1	15	2	С-235
2	20	1.5	С-245
3	25	0.5	С-275
4	10	3	С-345
5	15	2.12	С-235
6	18	1.7	С-245
7	20	2.6	С-275
8	28	3.5	С-245
9	26	1.8	С-345

10	30	2.3	C-235
11	35	2.6	C-275
12	32	1.8	C-345
13	34	1.25	C-125
14	18	2.6	C-145
15	22	2.8	C-175
16	27	2.9	C-345
17	30	3.1	C-345
18	35	0.9	C-125
19	25	1	C-175
20	22	1.5	C-125
21	28	2.3	C-145
22	32	1.6	C-175
23	20	1.5	C-345
24	25	3	C-235
25	10	2.6	C-275
26	18	3.2	C-345
27	28	1	C-245
28	26	2	C-345
29	30	1.6	C-275
30	15	3	C-345

Методические рекомендации к решению задачи №5

Для решения данных задач необходимо подробно изучить учебный материал по теме №2.6, знать силовые факторы кручения, особенности кручения прямого бруса круглого сечения, уметь определять крутящие моменты и строить их эпюры. Соответствующие данные приведены в таблице №5, а приблизительный порядок построения эпюр в примере №5

Пример №5

Построить эпюру крутящих моментов для трансмиссионного вала, если даны моменты $M_1 = 100 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $M_2 = 50 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $M_3 = 200 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $M_4 = 50 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

1. Разбиваем вал на пять участков от I до V, трением в подшипниках, узлах пренебречь.
2. Используя метод сечения, из равновесия левой отсеченной части найдем значение крутящего момента M_z на каждом участке

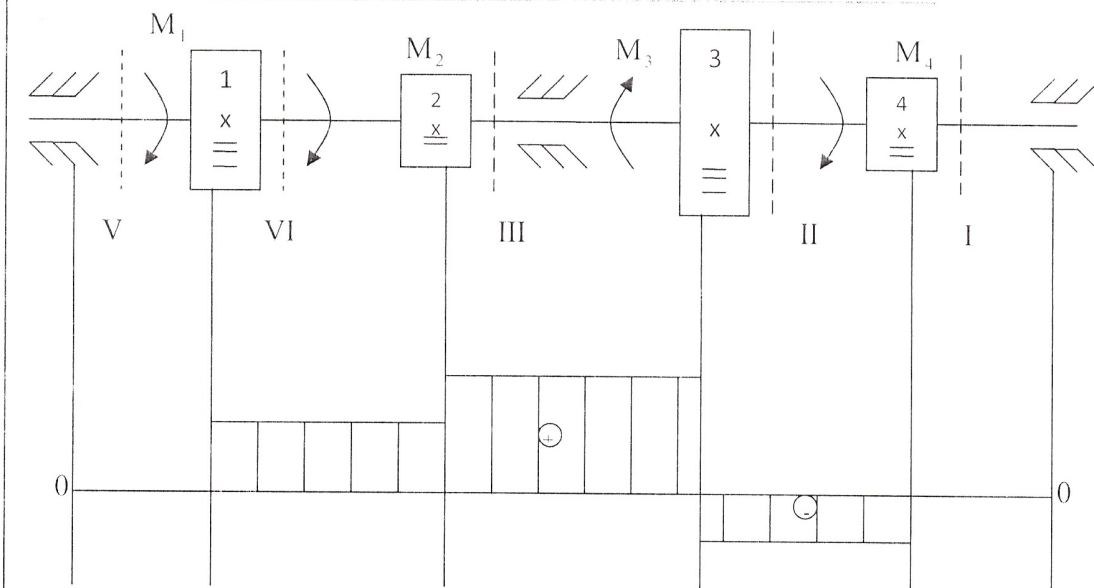
$$\text{I-I } M_{z_1} = 0$$

$$\text{II-II } M_{z_2} = M_1 = 100 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$\text{III-III } M_{z_3} = M_1 + M_2 = 100 + 50 = 150 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$\text{IV-IV } M_{z_4} = M_1 + M_2 - M_3 = 100 + 50 - 200 = -50 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$\sum M_{Z_3} = M_1 + M_2 - M_3 + M_4 = 100 + 50 - 200 + 50 = 0 \text{ H} \cdot \text{м}$$



Задача №5

Построить эпюру крутящих моментов для вала.

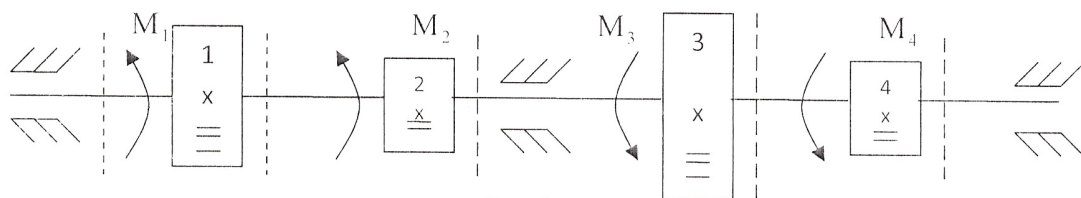


Рис.1

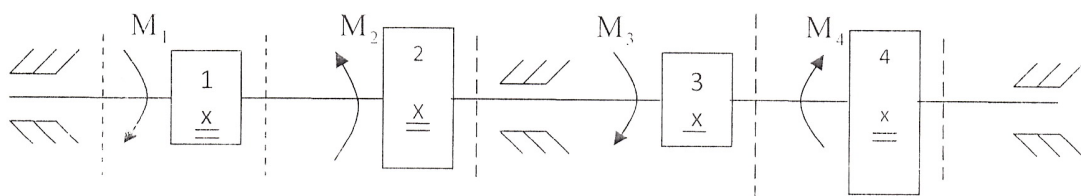


Рис.2

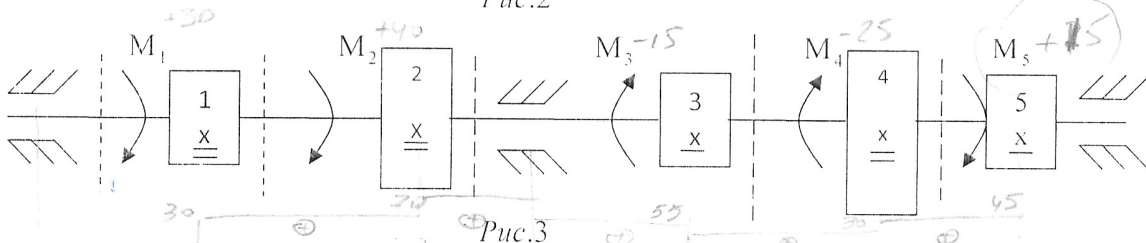


Рис.3

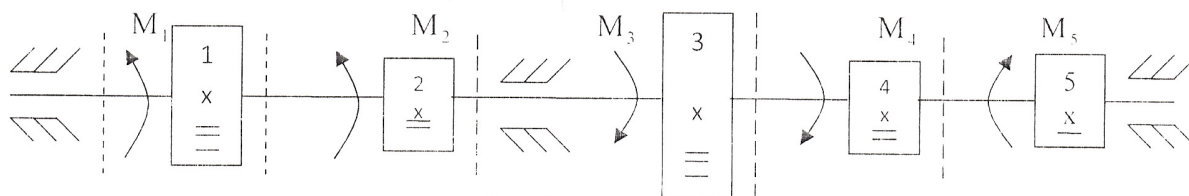


Рис.4

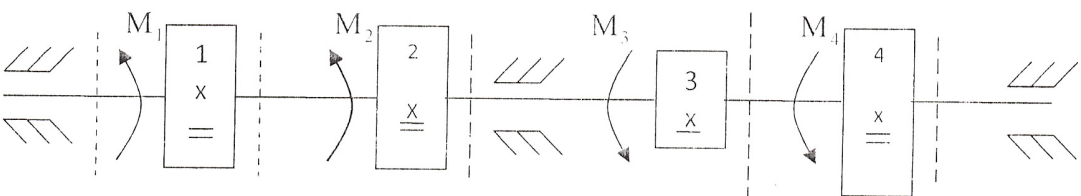


Рис.5

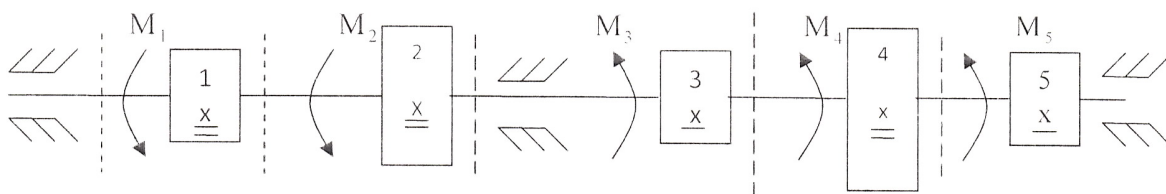


Рис.3

Таблица №5

вариант	рисунок	$M_1, H \cdot m$	$M_2, H \cdot m$	$M_3, H \cdot m$	$M_4, H \cdot m$	$M_5, H \cdot m$
1	1	10	20	40	35	
2	1	40	50	20	55	
3	1	10	20	35	40	
4	1	45	30	40	10	
5	1	15	30	45	10	
6	2	25	10	25	15	
7	2	30	40	35	40	
8	2	40	25	18	30	
9	2	50	35	10	20	
10	2	60	40	30	45	
11	3	35	40	25	30	
12	3	10	30	10	50	
13	3	30	40	15	25	
14	3	25	50	40	20	
15	3	35	25	30	15	
16	4	10	20	40	30	15
17	4	30	25	40	35	20
18	4	20	35	25	40	25
19	4	40	15	50	30	20
20	4	25	20	30	25	30
21	5	10	15	20	25	
22	5	40	25	15	45	
23	5	45	30	50	20	
24	5	35	25	30	10	
25	5	25	10	15	40	
26	6	20	25	45	30	35
27	6	10	35	25	40	25
28	6	30	40	25	30	40
29	6	45	50	40	50	20
30	6	50	40	35	40	10

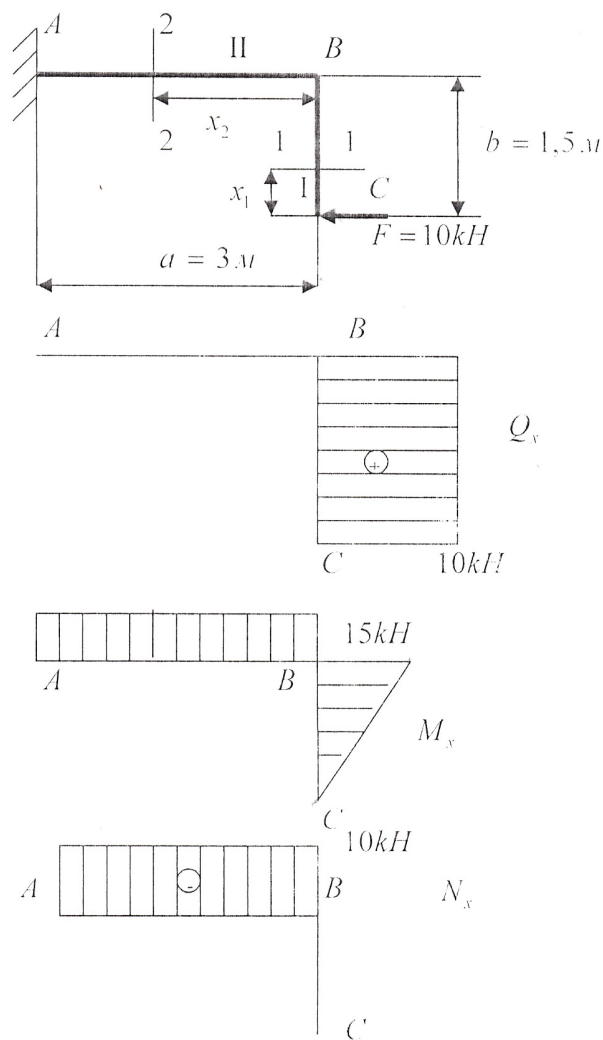
Для решения данных задач необходимо изучить тему №3.4, и иметь четкое представление о рамных конструкциях, знать методику определения внутренних силовых факторов, уметь строить эпюры поперечных сил. Условие и данные для решения задачи представлены в таблице №6, а порядок вычислений аналогичный задачи приведен в примере №6.

Пример №6

Построить эпюры поперечных сил, изгибающих моментов и продольных сил для консольной рамы, если $F = 10 \text{ кН}$,
 $a = 3 \text{ м}$, $b = 1,5 \text{ м}$

Решение

1. Опорные реакции специально можно не определять. Усилия M_x , Q_x , N_x можно найти, рассматривая свободную часть рамы.
2. Рассматриваем правую часть рамы. Разбиваем её на участки I и II.
3. Определяем поперечные силы Q_x на каждом участке I: $0 \leq x_1 \leq b$
 $Q_{x1} = F = 10 \text{ кН}$
 II: $0 \leq x_2 \leq a$ $Q_{x2} = 0$, т.к. нет сил перпендикулярных участку АВ.
4. Строим эпюру Q_x .
5. Определяем изгибающие моменты M_x на каждом участке
 I: $0 \leq x_1 \leq b$ $M_{x1} = -F_{x1} \cdot x_1$
 при $x_1 = 0$ $M_{x1} = 0$
 при $x_1 = b$ $M_{x1} = -F_b = -10 \cdot 1,5 = -15 \text{ кН}$
 II: $0 \leq x_2 \leq a$ $M_{x2} = -F_b = -10 \cdot 1,5 = -15 \text{ кН}$ на всем участке Y силы F плечо не зависит от расстояния x_2
6. Строим эпюру M_x . Значения моментов откладываем со стороны растянутых волокон, при этом знаки можно не ставить.
7. Определяем продольные силы N_x на каждом участке
 I: $0 \leq x_1 \leq b$ $N_{x1} = 0$, т.к. линия действия силы F не совпадает с осью ВС.



II: $0 \leq x_2 \leq a$ $N_{x2} = -F = -10kH$ сила F параллельна участку AB и вызывает его сжатие γ . Строим эюру N_x .

Задача №6

Построить эюры M_x , Q_x , N_x для рамы.

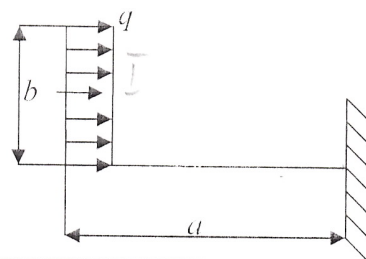


Таблица №6

Вариант	$a, м$	$b, м$	$q, кН / м$
1	1	4	2
2	2	5	1
3	3	6	3
4	1	2	1,5
5	3	4	4
6	2	6	2
7	3	5	3
8	2	7	1,8
9	1	3	2
10	2	4	3
11	3	5	4
12	2	4	2
13	4	5	3
14	2	5	2
15	6	7	1
16	2	5	2
17	4	6	3
18	1	3	4
19	2	4	1
20	3	5	3
21	4	5	2
22	1	3	2
23	2	4	3
24	3	5	2
25	2	4	1
26	3	5	3
27	4	6	2
28	2	5	2
29	3	7	3
30	1	6	1

Приложение

Таблица 1

Расчетные сопротивления, МПа, стали (профилей проката)

Сталь	$R_{\text{ист}}$	$R_{\text{сж}}$	$R_{\text{нж}}$	$R_{\text{см}}$	$R_{\text{срез}}$
С-235	230	230	230	275	130
С-245	240	240	240	290	135
С-275	270	270	270	325	150
С-345	335	335	335	400	195

Примечание. Расчетные сопротивления приведены без учета толщины проката.

Таблица 2

Но мер про фил я	Масса 1м длины , кг	h	b	Размеры, мм		R	r	Площ адь сечен ия, $см^2$	Справочная величина для осей								V_0 , $см^3$
									x-x				y-y				
									J_x	W_x	i_x	S_x	J_y	W_y	i_y	S_y	
									$см^4$	$см^3$	$см$	$см^3$	$см^4$	$см^3$	$см$	$см^3$	
5	4.84	50	32	4.4	7	6	2.5	6.16	22.8	9.1	1.92	5.59	5.61	2.75	0.954	1.16	
6.5	5.9	65	36	4.4	7.2	6	2.5	7.51	48.6	15	2.54	9	8.7	3.68	1.08	1.24	
8	7.05	80	40	4.5	7.4	6.5	2.5	8.98	89.4	22.4	3.16	13.3	12.8	4.75	1.19	1.31	
10	8.59	100	46	4.5	7.6	7	3	10.9	174	34.8	3.99	20.4	20.4	6.46	1.37	1.44	
12	10.4	120	52	4.8	7.8	7.5	3	13.3	604	50.6	4.78	29.6	31.2	8.52	1.53	1.54	
14	12.3	140	58	4.9	8.1	8	3	15.6	491	70.2	5.6	40.8	45.4	11	1.7	1.67	
14a	13.3	140	62	4.9	8.7	8	3	17	545	77.8	5.66	45.1	57.5	13.3	1.84	1.87	
16	14.2	160	64	5	8.4	8.5	3.5	18.1	747	93.4	6.42	54.1	63.3	13.8	1.87	1.8	
16a	15.3	160	68	5	9	8.5	3.5	19.5	823	103	6.49	59.4	78.8	16.4	2.01	2.0	
18	16.3	180	7	5.1	8.7	9	.5	20.7	1090	121	7.24	69.8	86	17	2.04	1.94	
18a	16.4	180	7	5.1	9.3	9	3.5	22.2	1190	132	7.32	76.1	105	20	2.18	2.13	
20	18.4	200	76	5.2	9	9.5	4	23.4	1520	152	8.07	87.8	113	20.5	2.20	2.07	
20a	19.8	200	80	5.2	9.7	9.5	4	25.2	1670	167	8.15	95.9	139	24.2	2.35	2.28	
22	21	220	82	5.4	9.5	10	4	26.7	2110	192	8.89	110	151	25.1	2.37	2.21	
22a	22.6	220	87	5.4	1.2	10	4	28.8	2330	212	8.99	121	187	30	2.55	2.46	
24	24	240	90	5.6	10	10.5	4	30.6	2900	242	9.73	139	207	31.6	2.60	2.42	
24a	258	240	95	5.6	10.7	10.5	4	32.9	3180	265	9.84	151	254	37.2	2.78	2.67	
27	27.2	270	95	6	10.5	11	4.5	35.2	4160	38	10.9	178	272	37.3	2.73	2.47	
30	31.8	300	100	6.5	11	12	5	40.5	5810	387	12.0	224	327	43.6	2.84	2.52	
33	36.5	330	105	7	11.7	13	5	46.5	7980	484	13.1	281	41	51.8	2.97	2.59	
36	41.9	360	110	7.5	12.6	14	6	53.4	10820	601	14.27	350	513	61.7	3.10	2.68	
40	48.3	400	115	8.0	13.5	15	6	61.5	15220	761	15.7	444	642	73.4	3.23	2.75	

Список используемой литературы.

1. Завистовский В.Э., Захаров Н.М. Техническая механика: Учебное пособие. Мн.: Амолфея, 2000, 417с.
2. Сетков В.И. Техническая механика для строительных специальностей. М. Academa, 2007, 375
3. Сетков В.И. Сборник задач по технической механике / В.И. Сетков. -М. : Из центр, Академия, 2003 .
4. Эрдеди А.А., Эрдеди Н.А. Техническая механика. Сопротивление материалов: Учебник для машиностроительных специальностей техникумов. М. : В.Ш., 2004, 306